

# Šifrovanie a hrozba kvantových počítačov<sup>1</sup>

Tomáš Fabšič

Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Slovenská technická univerzita v Bratislave  
(FEI STU)

30. septembra 2019

---

<sup>1</sup>Support from the NATO SPS Project G5448 is acknowledged.



# Outline

Šifrovanie v modernej dobe

Hrozba kvantových počítačov

Čo s tým?

Odporúčané zdroje



# Contents

Šifrovanie v modernej dobe

Hrozba kvantových počítačov

Čo s tým?

Odporúčané zdroje



# Šifrovanie na webe

Page Info - https://imhd.sk/ba/

General Media Permissions **Security**

**Website Identity**

Website: imhd.sk

Owner: This website does not supply ownership information.

Verified by: COMODO CA Limited [View Certificate](#)

Expires on: Tuesday, October 08, 2019

**Privacy & History**

Have I visited this website prior to today? Yes, 1,084 times

Is this website storing information on my computer? Yes, cookies and 96.0 KB of site data [Clear Cookies and Site Data](#)

Have I saved any passwords for this website? No [View Saved Passwords](#)

**Technical Details**

Connection Encrypted (TLS\_ECDHE\_RSA\_WITH\_AES\_128\_GCM\_SHA256, 128 bit keys, TLS 1.2)

The page you are viewing was encrypted before being transmitted over the Internet.

Encryption makes it difficult for unauthorized people to view information traveling between computers. It is therefore unlikely that anyone read this page as it traveled across the network.

[Help](#)



# Šifrovanie na webe

## Technical Details

Connection Encrypted (TLS\_ECDHE\_RSA\_WITH\_AES\_128\_GCM\_SHA256, 128 bit keys, TLS 1.2)

The page you are viewing was encrypted before being transmitted over the Internet.

Encryption makes it difficult for unauthorized people to view information traveling between computers. It is therefore unlikely that anyone read this page as it traveled across the network.



# O kryptológii

- **Kryptológia** - veda zaoberajúca sa bezpečnou komunikáciou
- V prednáške budem používať pojmy:
  - **Kryptografia** = kryptológia
  - **Kryptosystém** = šifra



# O kryptológii

- **Kryptológia** - veda zaoberajúca sa bezpečnou komunikáciou
- V prednáške budem používať pojmy:
  - **Kryptografia** = kryptológia
  - **Kryptosystém** = šifra



# Hlavné ciele kryptológie

- **Dôvernosť** - utajiť obsah komunikácie.
- Integrita správy - zabezpečiť, aby správu počas jej prenosu nemohol nikto nepozorovane zmeniť.
- Autentizácia - zabezpečiť, že odosielateľ správy je tým, za koho sa vydáva.
- Nepopierateľnosť - zabezpečiť, aby odosielateľ správy nemohol poprieť, že on je jej autorom. (digitálne podpisy)

Za účelom dosiahnutia týchto cieľov sa používajú šifry!





# Hlavné ciele kryptológie

- Dôvernosť - utajiť obsah komunikácie.
- Integrita správy - zabezpečiť, aby správu počas jej prenosu nemohol nikto nepozorovane zmeniť.
- Autentizácia - zabezpečiť, že odosielateľ správy je tým, za koho sa vydáva.
- Nepopierateľnosť - zabezpečiť, aby odosielateľ správy nemohol poprieť, že on je jej autorom. (digitálne podpisy)

Za účelom dosiahnutia týchto cieľov sa používajú šifry!



# Hlavné ciele kryptológie

- Dôvernosť - utajiť obsah komunikácie.
- Integrita správy - zabezpečiť, aby správu počas jej prenosu nemohol nikto nepozorovane zmeniť.
- Autentizácia - zabezpečiť, že odosielateľ správy je tým, za koho sa vydáva.
- Nepopierateľnosť - zabezpečiť, aby odosielateľ správy nemohol poprieť, že on je jej autorom. (digitálne podpisy)

Za účelom dosiahnutia týchto cieľov sa používajú šifry!



# Hlavné ciele kryptológie

- Dôvernosť - utajiť obsah komunikácie.
- Integrita správy - zabezpečiť, aby správu počas jej prenosu nemohol nikto nepozorovane zmeniť.
- Autentizácia - zabezpečiť, že odosielateľ správy je tým, za koho sa vydáva.
- Nepopierateľnosť - zabezpečiť, aby odosielateľ správy nemohol poprieť, že on je jej autorom. (digitálne podpisy)

Za účelom dosiahnutia týchto cieľov sa používajú šifry!



# Hlavné ciele kryptológie

- Dôvernosť - utajiť obsah komunikácie.
- Integrita správy - zabezpečiť, aby správu počas jej prenosu nemohol nikto nepozorovane zmeniť.
- Autentizácia - zabezpečiť, že odosielateľ správy je tým, za koho sa vydáva.
- Nepopierateľnosť - zabezpečiť, aby odosielateľ správy nemohol poprieť, že on je jej autorom. (digitálne podpisy)

**Za účelom dosiahnutia týchto cieľov sa používajú šifry!**

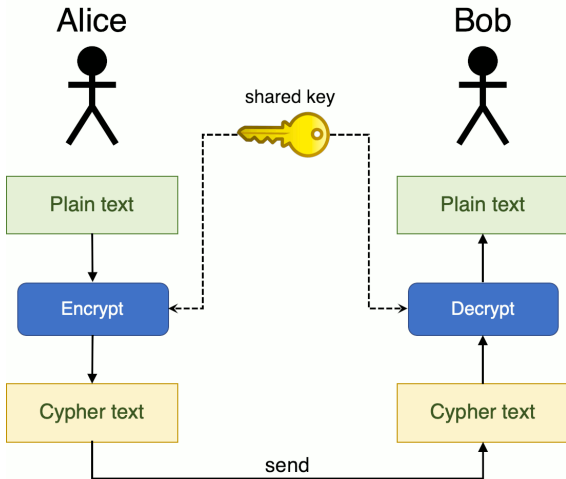


# Typy šifier

- Symetrické šifry
- Asymetrické šifry



# Symetrické šifry



Obr.: Source: <https://www.coengoedegebure.com/surviving-an-infosec-job-interview-cryptography/>



# Symetrické šifry

- Predpokladáme, že Alica a Bob zdieľajú kľúč (kľúč je postupnosť bitov).
- Nikto, kto nepozná kľúč, nevie správu dešifrovať.
- Ako sa Alica a Bob dohodnú na kľúči, ktorý budú používať?



## Symetrické šifry

- Predpokladáme, že Alica a Bob zdieľajú kľúč (kľúč je postupnosť bitov).
- Nikto, kto nepozná kľúč, nevie správu dešifrovať.
- Ako sa Alica a Bob dohodnú na kľúči, ktorý budú používať?



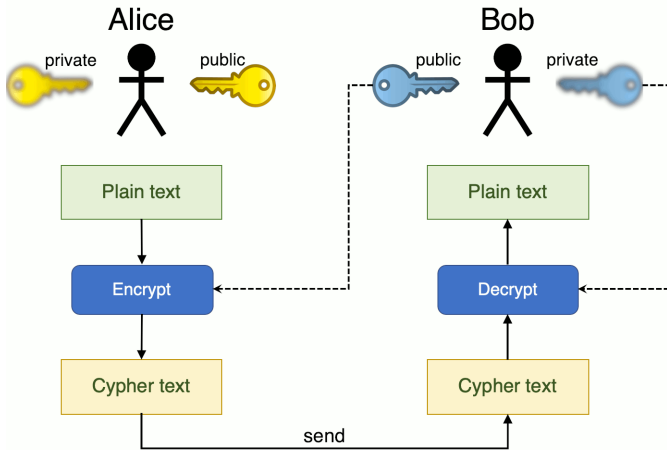


# Asymetrické šifry

- Používajú sa na výmenu kľúča pre symetrické šifry, na digitálne podpisy, ...



# Asymetrické šifry



Obr.: Source: <https://www.coengoedegebure.com/surviving-an-infosec-job-interview-cryptography/>



## Asymetrické šifry a ťažké problémy

- Iba Bob vie dešifrovať správu od Alice, lebo iba on pozná svoj súkromný kľúč.
- Medzi Bobovým verejným kľúčom a jeho súkromným kľúčom musí byť nejaký vzťah. (Inak by asymetrická šifra nemohla nefungovať.)
- Tento vzťah ale nesmie umožniť, aby niekto druhý vedel z verejného kľúča určiť súkromný kľúč. (Inak by asymetrické šifrovanie nebolo bezpečné.)
- Preto sú asymetrické šifry založené na výpočtových problémoch, ktoré ľudstvo nevie riešiť.



## Asymetrické šifry a ťažké problémy

- Iba Bob vie dešifrovať správu od Alice, lebo iba on pozná svoj súkromný kľúč.
- Medzi Bobovým verejným kľúčom a jeho súkromným kľúčom musí byť nejaký vzťah. (Inak by asymetrická šifra nemohla nefungovať.)
- Tento vzťah ale nesmie umožniť, aby niekto druhý vedel z verejného kľúča určiť súkromný kľúč. (Inak by asymetrické šifrovanie nebolo bezpečné.)
- Preto sú asymetrické šifry založené na výpočtových problémoch, ktoré ľudstvo nevie riešiť.



## Asymetrické šifry a ťažké problémy

- Iba Bob vie dešifrovať správu od Alice, lebo iba on pozná svoj súkromný kľúč.
- Medzi Bobovým verejným kľúčom a jeho súkromným kľúčom musí byť nejaký vzťah. (Inak by asymetrická šifra nemohla nefungovať.)
- Tento vzťah ale nesmie umožniť, aby niekto druhý vedel z verejného kľúča určiť súkromný kľúč. (Inak by asymetrické šifrovanie nebolo bezpečné.)
- Preto sú asymetrické šifry založené na výpočtových problémoch, ktoré ľudstvo nevie riešiť.



## Asymetrické šifry a ťažké problémy

- Iba Bob vie dešifrovať správu od Alice, lebo iba on pozná svoj súkromný kľúč.
- Medzi Bobovým verejným kľúčom a jeho súkromným kľúčom musí byť nejaký vzťah. (Inak by asymetrická šifra nemohla nefungovať.)
- Tento vzťah ale nesmie umožniť, aby niekto druhý vedel z verejného kľúča určiť súkromný kľúč. (Inak by asymetrické šifrovanie nebolo bezpečné.)
- Preto sú asymetrické šifry založené na výpočtových problémoch, ktoré ľudstvo nevie riešiť.



## Príklad ťažkého problému: faktorizácia na prvočísla

- Uvažujme číslo 15.
- Jeho faktorizácia na prvočísla je  $15=3*5$ .
- Ak by sme si ale zvolili veľmi veľké číslo, nevedeli by sme ho v rozumnom čase faktorizovať.
- Dôvod: Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!
- Pozor! To neznamená, že taký algoritmus v budúcnosti nie je možné vymyslieť.



## Príklad ťažkého problému: faktorizácia na prvočísla

- Uvažujme číslo 15.
- Jeho faktorizácia na prvočísla je  $15=3*5$ .
- Ak by sme si ale zvolili veľmi veľké číslo, nevedeli by sme ho v rozumnom čase faktorizovať.
- Dôvod: Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!
- Pozor! To neznamená, že taký algoritmus v budúcnosti nie je možné vymyslieť.





## Príklad ťažkého problému: faktorizácia na prvočísla

- Uvažujme číslo 15.
- Jeho faktorizácia na prvočísla je  $15=3*5$ .
- Ak by sme si ale zvolili veľmi veľké číslo, nevedeli by sme ho v rozumnom čase faktorizovať.
- Dôvod: **Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!**
- Pozor! To neznamená, že taký algoritmus v budúcnosti nie je možné vymyslieť.



## Príklad ťažkého problému: faktorizácia na prvočísla

- Uvažujme číslo 15.
- Jeho faktorizácia na prvočísla je  $15=3*5$ .
- Ak by sme si ale zvolili veľmi veľké číslo, nevedeli by sme ho v rozumnom čase faktorizovať.
- Dôvod: **Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!**
- Pozor! To neznamená, že taký algoritmus v budúcnosti nie je možné vymyslieť.



# Šifra RSA a problém faktorizácie na prvočísla

- Bob si náhodne vygeneruje dve veľké prvočísla  $p$  a  $q$ .
- Súkromným kľúčom Boba budú tieto dve prvočísla.
- Jeho verejným kľúčom bude číslo  $n = p * q$ .



# Šifra RSA a problém faktorizácie na prvočísla

- Bob si náhodne vygeneruje dve veľké prvočísla  $p$  a  $q$ .
- Súkromným kľúčom Boba budú tieto dve prvočísla.
- Jeho verejným kľúčom bude číslo  $n = p * q$ .



# Šifra RSA a problém faktorizácie na prvočísla

- Bob si náhodne vygeneruje dve veľké prvočísla  $p$  a  $q$ .
- Súkromným kľúčom Boba budú tieto dve prvočísla.
- Jeho verejným kľúčom bude číslo  $n = p * q$ .



## Problém faktorizácie ešte raz

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!*
- Presnejšia formulácia:  
*Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu pre klasické počítače!*
- Ľudstvo ale pozná efektívny algoritmus na faktorizáciu pre kvantové počítače!



## Problém faktorizácie ešte raz

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!*
- Presnejšia formulácia:  
*Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu **pre klasické počítače!***
- Ľudstvo ale **pozná** efektívny algoritmus na faktorizáciu pre **kvantové** počítače!



## Problém faktorizácie ešte raz

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu!*
- Presnejšia formulácia:  
*Ľudstvo nepozná efektívny algoritmus na faktorizáciu **pre klasické počítače!***
- Ľudstvo ale **pozná** efektívny algoritmus na faktorizáciu pre **kvantové** počítače!





# Contents

Šifrovanie v modernej dobe

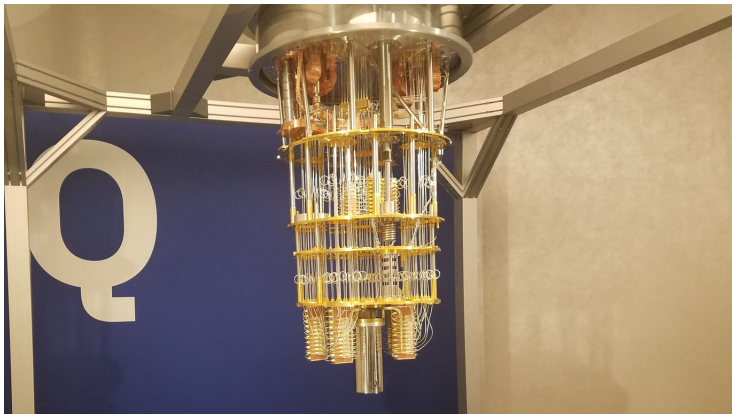
Hrozba kvantových počítačov

Čo s tým?

Odporúčané zdroje



# Kvantové počítače



Obr.: Source: <https://www.axios.com/quantum-computing-edges-toward-mainstream-dfd65971-1a41-4b83-a410-9f9c8fb965e6.html>



# Čo je to kvantový počítač?

- Kvantová mechanika - fyzikálna teória popisujúca správanie atómov a subatomárnych častíc.
- **Kvantový počítač** - zariadenie, ktoré na výpočty využíva princípy kvantovej mechaniky.



# Čo je to kvantový počítač?

- Kvantová mechanika - fyzikálna teória popisujúca správanie atómov a subatomárnych častíc.
- **Kvantový počítač** - zariadenie, ktoré na výpočty využíva princípy kvantovej mechaniky.



# Kvantové počítače a ťažké problémy

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo ale **pozná** efektívny algoritmus na faktorizáciu pre **kvantové** počítače!*
- To znamená, že dostatočne veľký kvantový počítač by dokázal zlomiť RSA.
- Ľudstvo pozná kvantové algoritmy na efektívne riešenie každého z ťažkých problémov, na ktorých sú postavené dnes bežne používané asymetrické šifry.
- Ak by existoval výkonný kvantový počítač, súčasná infraštruktúra na bezpečnú komunikáciu na internete by už nebola postačujúca.



## Kvantové počítače a ťažké problémy

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo ale **pozná** efektívny algoritmus na faktorizáciu pre **kvantové** počítače!*
- To znamená, že dostatočne veľký kvantový počítač by dokázal zlomiť RSA.
- Ľudstvo pozná kvantové algoritmy na efektívne riešenie každého z ťažkých problémov, na ktorých sú postavené dnes bežne používané asymetrické šifry.
- Ak by existoval výkonný kvantový počítač, súčasná infraštruktúra na bezpečnú komunikáciu na internete by už nebola postačujúca.



## Kvantové počítače a ťažké problémy

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo ale **pozná** efektívny algoritmus na faktorizáciu pre **kvantové** počítače!*
- To znamená, že dostatočne veľký kvantový počítač by dokázal zlomiť RSA.
- Ľudstvo pozná kvantové algoritmy na efektívne riešenie každého z ťažkých problémov, na ktorých sú postavené dnes bežne používané asymetrické šifry.
- Ak by existoval výkonný kvantový počítač, súčasná infraštruktúra na bezpečnú komunikáciu na internete by už nebola postačujúca.



## Kvantové počítače a ťažké problémy

- Na skoršom slajde som napísal:  
*Ľudstvo ale **pozná** efektívny algoritmus na faktorizáciu pre **kvantové** počítače!*
- To znamená, že dostatočne veľký kvantový počítač by dokázal zlomiť RSA.
- Ľudstvo pozná kvantové algoritmy na efektívne riešenie každého z ťažkých problémov, na ktorých sú postavené dnes bežne používané asymetrické šifry.
- Ak by existoval výkonný kvantový počítač, súčasná infraštruktúra na bezpečnú komunikáciu na internete by už nebola postačujúca.





# Na upokojenie

- Ľudstvo zatiaľ nevie postaviť dostatočne výkonné kvantové počítače!
- Ale intenzívne sa na tom pracuje!



## Na upokojenie

- Ľudstvo zatiaľ nevie postaviť dostatočne výkonné kvantové počítače!
- Ale intenzívne sa na tom pracuje!



# Kvantové počítače v súčasnosti

- Výkon kvantového počítača sa vyjadruje počtom **qubitov**.
- Najväčšie kvantové počítače v súčasnosti majú 70 qubitov.
- Na zlomenie RSA by sme potrebovali kvantový počítač s výkonom 20 miliónov qubitov.



# Kedy budú výkonné kvantové počítače?

- Ťažká otázka.
- Niektorí vedci tvrdia, že je pravdepodobné, že do 20 rokov budú existovať kvantové počítače schopné zlomiť RSA.



# Kedy budú výkonné kvantové počítače?

- Ťažká otázka.
- Niektorí vedci tvrdia, že je pravdepodobné, že do 20 rokov budú existovať kvantové počítače schopné zlomiť RSA.



# Contents

Šifrovanie v modernej dobe

Hrozba kvantových počítačov

Čo s tým?

Odporúčané zdroje



## Problémy ťažké aj pre kvantový počítač

- Existujú výpočtové problémy, pre ktoré ľudstvo nepozná efektívny kvantový algoritmus.
- Príklad: Dekódovací problém.



## Dekódovací problém

- Nech  $k < n$ .
- Nech  $\mathbf{m}$  je vektor bitov dĺžky  $k$ .
- Nech  $\mathbf{e}$  je vektor bitov dĺžky  $n$  s malým počtom jednotiek. Počet jednotiek vo vektore  $\mathbf{e}$  označíme ako  $w$ .
- Nech  $\mathbf{G}$  je náhodne generovaná matica bitov s plnou hodnotou a s rozmerom  $k \times n$ .
- Nech

$$\mathbf{y} = \mathbf{mG} + \mathbf{e}.$$

- Úloha:  
Sú známe  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $w$ .  
Zistite  $\mathbf{m}$ .





## Postkvantové šifry

- Na dekódovacom probléme (a aj na niektorých iných problémoch) vieme postaviť asymetrické šifry, ktoré by mali byť odolné aj voči kvantovému počítaču.
- Takéto šifry voláme **postkvantové šifry**.
- Vývoj kvalitných nových šifriera implementácia novej infraštruktúry na bezpečnú komunikáciu na internete si vyžaduje veľa času.
- Preto sa už teraz veľká časť kryptografickej komunity venuje **postkvantovej kryptografii**.



## Postkvantové šifry

- Na dekódovacom probléme (a aj na niektorých iných problémoch) vieme postaviť asymetrické šifry, ktoré by mali byť odolné aj voči kvantovému počítaču.
- Takéto šifry voláme **postkvantové šifry**.
- Vývoj kvalitných nových šifriera implementácia novej infraštruktúry na bezpečnú komunikáciu na internete si vyžaduje veľa času.
- Preto sa už teraz veľká časť kryptografickej komunity venuje **postkvantovej kryptografii**.



## Postkvantové šifry

- Na dekódovacom probléme (a aj na niektorých iných problémoch) vieme postaviť asymetrické šifry, ktoré by mali byť odolné aj voči kvantovému počítaču.
- Takéto šifry voláme **postkvantové šifry**.
- Vývoj kvalitných nových šifriera implementácia novej infraštruktúry na bezpečnú komunikáciu na internete si vyžaduje veľa času.
- Preto sa už teraz veľká časť kryptografickej komunity venuje **postkvantovej kryptografii**.



# NIST

- **NIST** je americký inštitút pre štandardy a technológiu.
- V roku 2016 vyhlásil NIST súťaž **NIST Post-Quantum Cryptography Standardization Process**.
- Cieľom súťaže je vytvoriť kryptografické štandardy odolné voči kvantovým počítačom.
- Do decembra 2017 mohli vedecké tímy z celého sveta poslať do súťaže návrhy šifrier odolných voči kvantovému počítaču.
- Prišlo 69 návrhov.
- Tieto návrhy sú verejné a sú verejne analyzované kryptografickou komunitou.
- Do druhého kola súťaže prešlo 26 návrhov.
- Očakávaný koniec súťaže: 2022-2024



# Postkvantová kryptografia na FEI STU

- Ľudia:
  - Otokar Grošek
  - Pavol Zajac
  - Viliam Hromada
  - TF
- Analýza existujúcich návrhov postkvantových šifier.
- Návrhy nových postkvantových šifier.



## Postkvantová kryptografia na FEI STU

- NATO SPS project: Secure Implementation of Post-Quantum Cryptography.
  - 2013-2016
  - Účastníci:
    - Tel Aviv University, Israel
    - Florida Atlantic University, USA
    - Jean Monnet University, France
    - FEI STU
- NATO SPS project: Secure Communication in the Quantum Era.
  - 2018-2021
  - Účastníci:
    - Florida Atlantic University, USA
    - Universidad Rey Juan Carlos, Spain
    - University of Malta
    - FEI STU



# Contents

Šifrovanie v modernej dobe

Hrozba kvantových počítačov

Čo s tým?

Odporúčané zdroje



## Odporúčané zdroje



Stránka súťaže NIST Post-Quantum Cryptography Standardization Process:  
<https://csrc.nist.gov/Projects/Post-Quantum-Cryptography>



Správa NISTu o hrozbe kvantového počítača:  
<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/ir/2016/NIST.IR.8105.pdf>



Postkvantové šifry odporúčané skupinou významných kryptografov:  
<https://pqcrypto.eu.org/docs/initial-recommendations.pdf>

